Association Eurêka +
12 avenue Jean Béranger
78160 Marly le Roi
Tél. 01.39.58.87.92 www.eurekaplus.org

Mercury Project

Mathieu Simeral
Antoine De Maleprade
Rimbaut Saulignac
Quentin Cormier
Animateur : Thibault Raboisson

Table des matières

1 Introduction

1.1 But de la fusée

Mercury est une fusée expérimentale initiée en septembre dont le but est de mesurer le coefficient de pénétration dans l'air, le C_x de la fusée.

En effet, la résistance de l'air d'une fusée peut être estimée par la formule :

$$R_{air} = 0.5 * C_x * \rho_{air} * S * v^2$$

Dans les logiciels de simulation de vol tel que Traject, Trajecto, etc, on donne arbitrairement pour C_x une valeur comme 0,7 ou 0,8. Cette expérience pourrait donc permettre d'avoir une vraie valeur expérimentale du C_x, dans les conditions de vol de la fusée.

1.2 Équipe du projet

- Mathieu Simeral (14 ans) : Responsable de la mécanique, réalisation de tous les plans de la fusée, ainsi que du parachute.
- Rimbaut Saulignac (15 ans) : Responsable de la mécanique avec Mathieu.
- Antoine Demaleprade (17 ans) : Responsable de l'électronique de l'expérience et de la stabilité de la fusée [1].
- Quentin Cormier (17 ans) (Chef de projet) : J'ai réalisé la minuterie, les calculs du ressort [2], le système de l'expérience, ainsi que ce dossier.
- Thibault Raboisson : Président de l'association Eurêka+, Thibault nous a encadrés et a toujours su trouver des solutions pertinentes et rapides à nos problèmes [3]

1. Et bien plus encore
2. Et je suis donc responsable du "système cassé en 0.1 sec"
3. Oui, l'idée de mettre les ailerons à l'envers, c'est lui

FIGURE 1: Les membres d'Eureka+ au complet

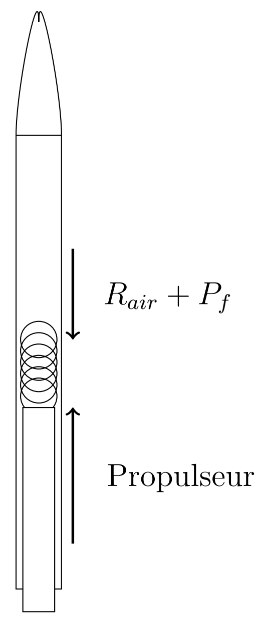
2 Expérience

Note : les calculs du Cx et le dimensionnement du ressort sont faux : ils ont été réalisés avec des connaissances de Terminale. J'ai jugé bon de laisser ces calculs qui permettent de comprendre l'échec de l'expérience. Des calculs plus justes pourront être trouvés dans l'annexe en fin de document.

2.1 Valeurs mesurées

Pour mesurer expérimentalement le C_x de la fusée, nous allons mettre un ressort sur lequel va pousser le propulseur.

FIGURE 2: Schéma du ressort dans la fusée



Les deux forces qui s'appliquent de part et d'autre du ressort sont d'un coté la poussée du propulseur, et de l'autre la somme résistance de l'air (R_{air}) + poids de la fusée dans l'axe de la fusée (P_f). La poussée du propulseur étant la force la plus grande, le ressort mesure donc $V = R_{air} + P_f$.

Si on note α l'angle de la fusée par rapport au sol, alors on a :

$$P_f = m * g * \cos(90 - \alpha)$$

D'où :

$$P_f = m * g * \sin\alpha$$

On a donc

$$R_{air} = V - (m * g * \sin\alpha)$$

$$\Leftrightarrow 0.5 * C_x * \rho_{air} * S * v^2 = V - m * g * \sin\alpha$$

D'où

$$C_x = \frac{2(V - m * g * \sin\alpha)}{\rho_{air} * S * v^2}$$

On mesure l'angle de la fusée avec un capteur d'accélération 3 axes, la vitesse de la fusée avec ce même capteur couplé à un capteur de pression (en utilisant la méthode d'Euler). V est obtenu en mesurant l'élongation du ressort sur le propulseur à l'aide d'un potentiomètre linéaire.

Figure 3: Maquette de l'expérience pour la présentation du projet en début d'année

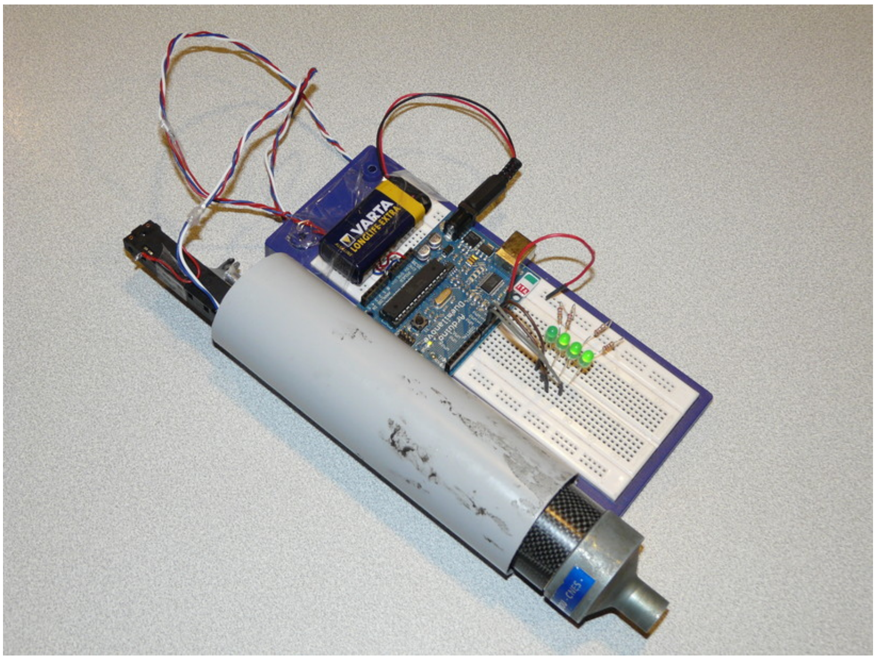


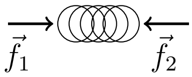
Figure 4: Système de l'expérience finalisée en fin d'année

2.2 Calcul du ressort

2.2.1 Forces que subit le ressort

Le but est de déterminer quel ressort commander pour mesurer le plus précisément possible la somme de la résistance de l'air et du poids selon l'axe de la fusée.

Figure 5: Forces qui s'appliquent de chaque coté d'un ressort



Lorsque deux forces $\vec{f_1}$ et $\vec{f_2}$ de normes respectives F_1 et F_2 s'appliquent de chaque coté d'un ressort, la norme de la force que subit le ressort est égale à :

$$\min(F_1, F_2)$$

Dans notre cas, la force la plus faible est la résistance de l'air + le poids dans l'axe de la fusée, $R_{air} + P_f$.

2.2.2 Calcul de la force maximale subie

Une feuille de calcul trajecto nous montre que $R_{air} + P_f$ est toujours plus faible que la poussée du propulseur. On cherche donc le maximum de :

$$R_{air} + P * \sin \alpha$$

Cela correspond au maximum de la résistance de l'air, soit le maximum de la vitesse de la fusée. Avec une masse de 9,5kg, une surface de coupe de $6227mm^2$, et un C_x de 0.7, on trouve une vitesse maximum de $180m.s^{-1}$ correspondant à un angle de 76.36° :

Figure 6: Vitesse max et angle correspondant, données trajecto

49	Vit max & Acc max	-	-	-	**180**	**84,4**	-

335	0,01	3,31		77,94	348,02	356,64		42,47	174,97	180,05		2,22	-0,67	2,32		76,36

On trouve donc une résistance de l'air maximale de :

$$R_{air} = 0.5 * 0.7 * 0.006227 * 1.225 * 180^2 = 86.5N$$

Et un poids selon l'axe de la fusée de :

$$P_f = 9.5 * 9.81 * \sin 76.36 = 90.6N$$

Donc la force que doit supporter le ressort est de $90.6 + 86.5 = 177.1N$.
A ceci s'ajoute les 20% de marge de sécurité :

$$V = 177,1 * 1,2 = 212,5N$$

Finalement, nous avons choisi un ressort de 230N.

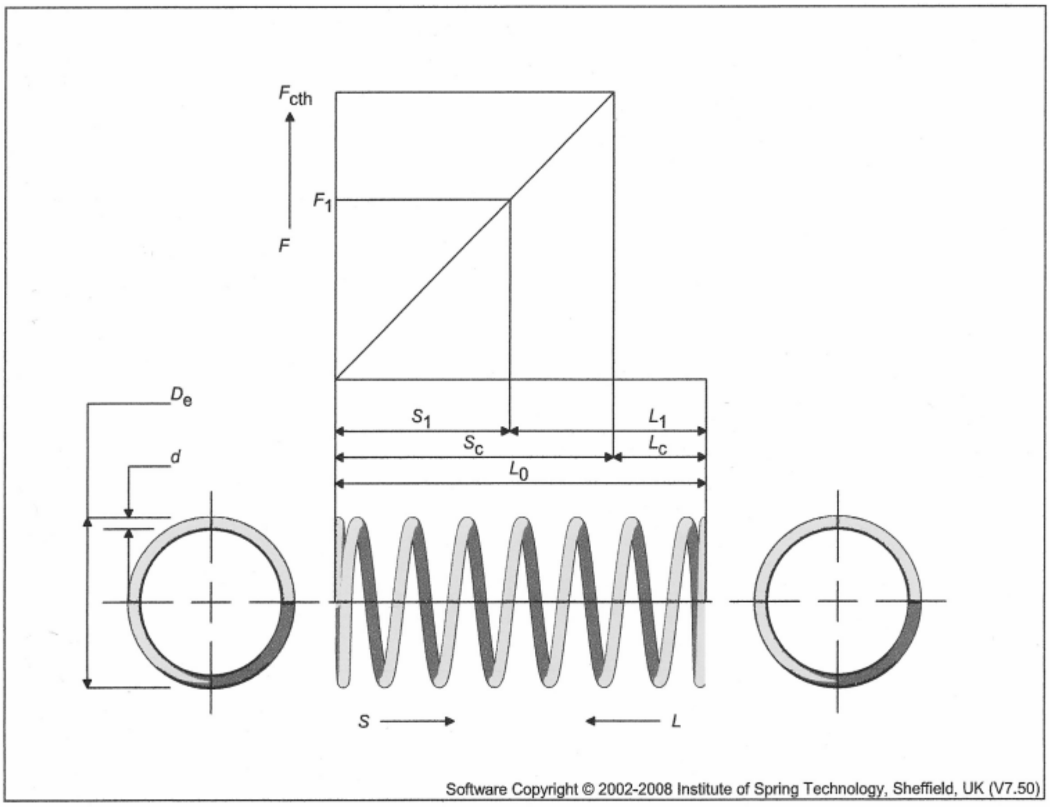
2.2.3 Constante k du ressort

Le propulseur pousse sur le ressort, qui pousse sur un potentiomètre.
On mesure la tension du potentiomètre linéaire qui correspond à la compression du ressort. Notre potentiomètre fait 8cm, donc, quand on pousse 230 N sur notre ressort, il doit s'être compressé de 8cm. Nous avons donc une constante k du ressort de :

$$k = 230/(8 * 10 - 2) = 2875N.m^{-1}$$

Figure 7: Schéma du ressort commandé (données constructeur)

Dessin du Ressort		Enroulement à gauche	
	Matière:	EN 10270 Pt1 Fil patenté	
d	Diamètre de Fil:	5,00	mm
D_e	Diamètre Externe:	74,00	mm
n_t	Nb. Total de Spires:	8,50	
R_s	Raideur du Ressort:	2,98	N/mm
L_0	Longueur Libre:	170,00	mm
L_c	Longueur à bloc	42,50	mm
F_{cth}	Charge à bloc	380,19	N
	Points de Fonctionnement		
L_1	Longueur:	90,00	mm
F_1	Charge:	238,55	N



2.3 Électronique de l'expérience

L'électronique de l'expérience est basée sur une arduino.

Nous avions prévu de mettre un capteur d'accélération numérique 3 axes, ainsi qu'un capteur de pression analogique[4], en plus du ressort. Durant la campagne, nous avons décidé d'émettre les données avec un émetteur Kiwi, fournit par le CNES.

Cependant alors que la fusée était entièrement prête, à une nuit du lancement, le capteur d'accélération a cessé de fonctionner. Dans la précipitation, nous avons trouvé

4. "MPX5100AP", chez Farnell

un club qui nous a donné un gyroscope analogique 2 axes [5] qui a été monté et intégré dans la nuit.

Ainsi, dans la version qui a volé de la fusée, nous avons un gyroscope deux axes, un capteur de pression et le potentiomètre du ressort.

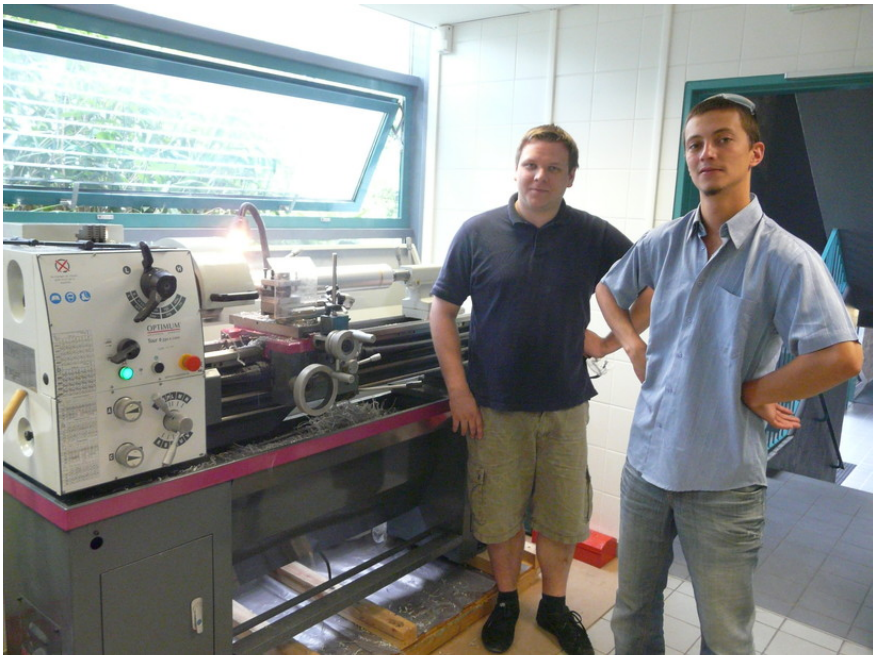
Le tout est enregistré dans la fusée sur une carte SD, et envoyé en télémesure avec l'émetteur kiwi.

2.4 Mécanique de l'expérience

Le corps de la fusée est un tube de diamètre 80 mm en aluminium. Le propulseur (fixé dans un tube de 60 min de diamètre) coulisse dans le corps de la fusée grâce à des bagues en plastique.

Les bagues ont été réalisées avec le nouveau tour à métaux de l'association.

Figure 8: Mercury inaugure le tour de Eurêka+



5. "Dual axis IXZ-500", voir ici : http ://www.sparkfun.com/products/9410.

Figure 9: Les bagues qui guident le tube du propulseur dans le tube de la fusée

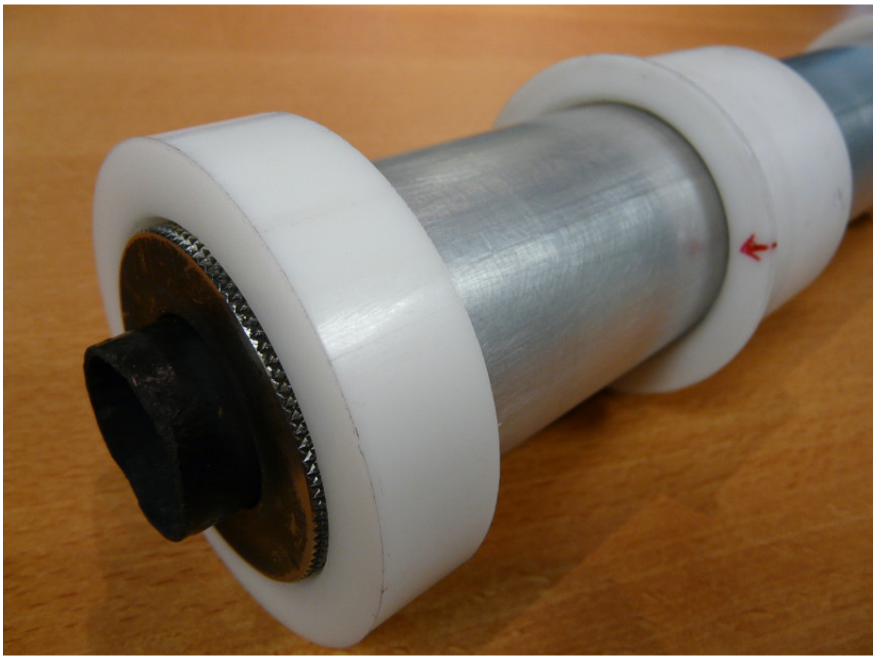
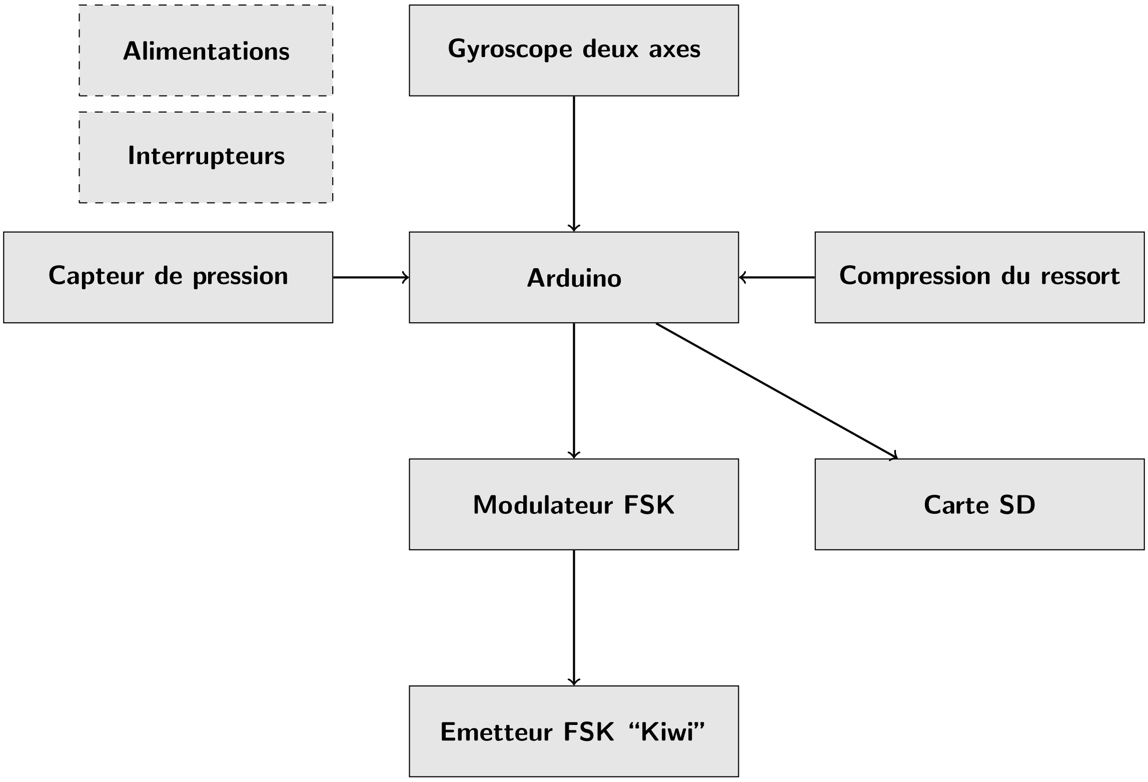


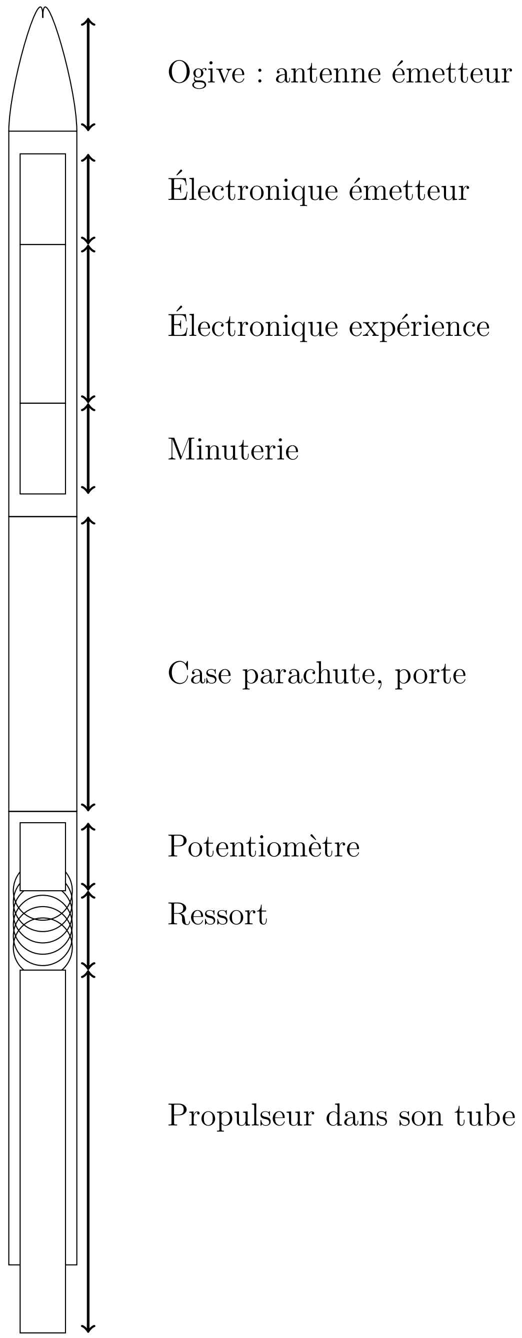
Figure 10: Électronique de l'expérience



3 Réalisation de la fusée

3.1 Plan général de la fusée

Figure 11: Schéma des élements de la fusée



3.2 Estimation de la masse de la fusée

On estime la masse de la fusée en pesant chaque élément séparément.

Objet	Masse
Tube de la fusée	2760 g
Tube de l'expérience	502.5 g
Ogive	66 g
Structure : structures, cartes, plaque piles	670 g
Aimant	130 g
8 piles	400 g
Arduino	50 g
Séparateurs	80 g
Anneaux	970 g
Propulseur vide	650 g
Ressort	320 g
Ailerons (x4)	1600 g
Total	8 kg (à vide) $\pm 1kg$

Une fois terminée, la fusée faisait 7,2 kg.

3.3 Le parachute

La masse estimée de la fusée est de 8 kg, $g = 9.81m.s^{-2}$, $\rho_{air} = 1.2kg.m^{-3}$, $C_x = 1$, $V_{impact} = 10m.s^{-1}$.

3.3.1 Calcul de la surface

La vitesse de la fusée $V_{impacte}$ à l'impact est reliée à la surface du parachute S par la relation :

$$V_{impact} = \sqrt{\frac{2 * m * g}{\rho_{air} * C_x * S}}$$

D'où :

$$S = \frac{2 * m * g}{\rho_{air} * C_x * (V_{impact})^2}$$

Application Numérique :

$$S = \frac{2 * 8 * 9.81}{1.225 * 10^2} \approx 1.5m^2$$

3.3.2 Réalisation du parachute

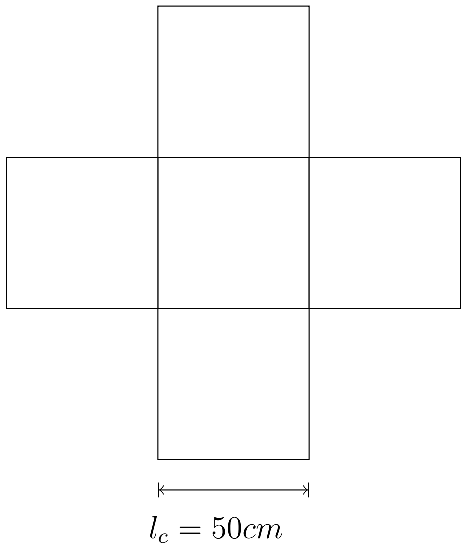
Nous utilisons un parachute en croix constitué de 5 carrés de même aire. La surface d'un carré est donc donnée par :

$$S_{carre} = \frac{1.5}{5} = 0.3m^2$$

D'ou la longueur d'un coté est donné par :

$$l_c = \sqrt{0.3} \approx 0.5m$$

Figure 12: Schéma du parachute



3.4 La minuterie

L'ouverture se fait avec un électroaimant inversé : quand on alimente l'électroaimant (en 24V), celui-ci cesse son champ magnétique.
La minuterie compte le temps avec un 4060 (alimenté en 5V). Au bout du décompte, elle active un relais et alimente l'électroaimant.
La porte s'ouvre, et le parachute se déplie.

Figure 13: Schéma électronique de la minuterie

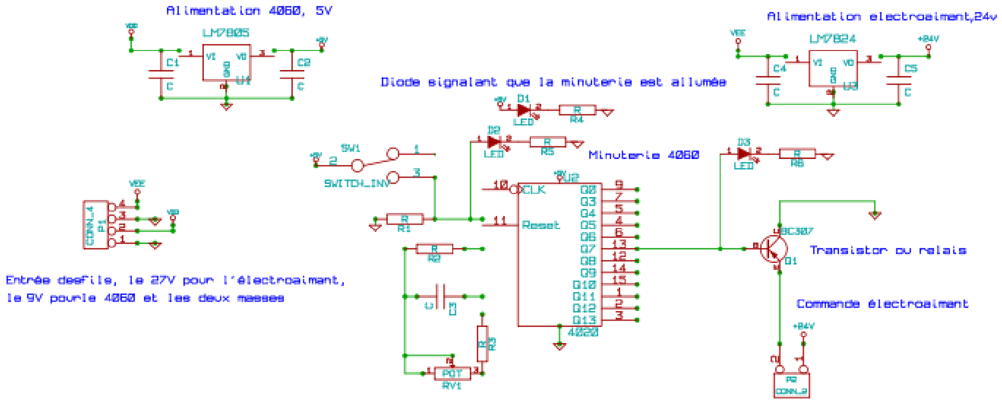
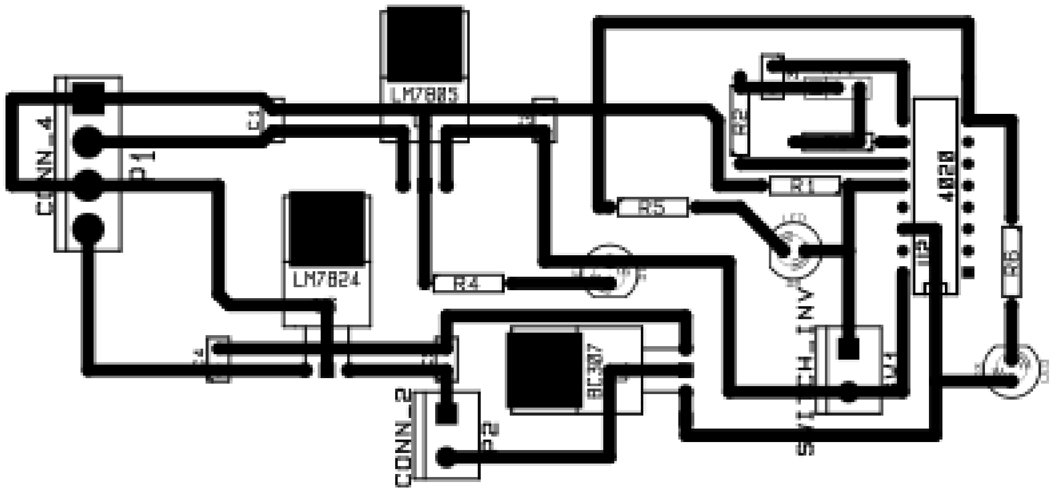


Figure 14: Typon de la minuterie



Le circuit possède deux régulateurs de tension, qui produisent du 5V et du 24V, respectivement pour le 4060 et pour l'électroaimant.
Ils doivent être alimentés par du 9V et du 27V. La minuterie requiert donc $3+1$ piles 9V.

On règle le temps du décompte avec une résistance variable.
On a en effet :

$$f = \frac{1}{256 * 2.3 * R_t * C_t}$$

où :

$$C_t = 470nF$$

On a donc

$$t = 256 * 2.3 * R_t * 470 * 10^{-9}$$

Ou encore :

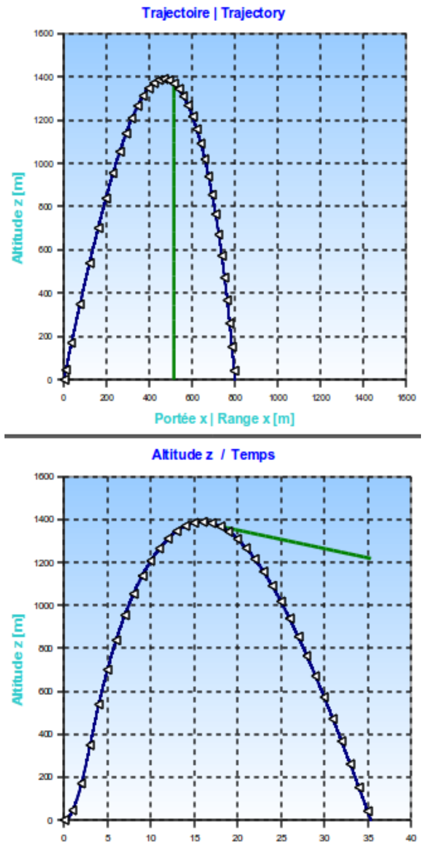
$$R_t = \frac{t}{256 * 2.3 * 470 * 10^{-9}}$$

La commande de l'électroaimant se faisait à l'origine avec un transistor, mais nous l'avons remplacée par un relais.

3.5 La trajectoire de la fusée

La trajectoire de la fusée se calcule avec les formules de Newton[6] ou avec les logiciels de Planète-Science comme trajecto :

FIGURE 15: Trajectoire de la fusée, d'après le logiciel TRAJECTO



D'après le logiciel, l'apogée serait atteinte à 1382m, au bout de 15.9 s, et la vitesse maximale serait de $202 m.s^{-1}$.

3.6 La stabilité de la fusée

La stabilité de la fusée tient d'une anecdote assez amusante. Nous avions découpé/fixé les ailerons avant la campagne de Biscarrosse, en faisant une estimation grossière du cen-

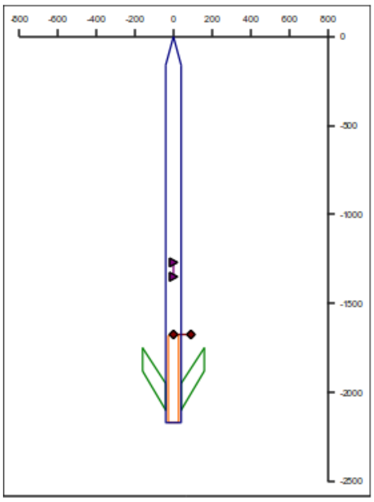
6. Voir "Le vol de la fusée", (document Planète-Sciences)

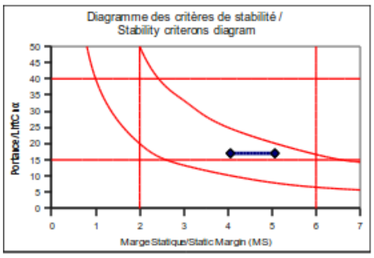
tre de gravité. Il s'est avéré que notre centre de gravité réel, une fois la fusée terminée se trouvait 7 cm en dessous de nos prévisions. Pour le baisser d'une telle distance, il aurait fallu rajouter une masse très importante tout en bas de la fusée, ce qui n'était pas envisageable avec toute l'expérience.

Finalement, c'est Thibault qui a trouvé la solution : retourner les ailerons ! En effet, d'après stabilito, en mettant les ailerons a l'envers, la fusée redevient stable.

Figure 16: Les ailerons, à l'envers, c'est mieux (et ça fait peur au contrôle).

Figure 17: Résultat du calcul de la stabilité avec Stabilito





Critères	Fusée expérimentale	
Décollage	20 m/s	-
Finesse	10	35
Cnα	15	40
MS	2 D	6 D
MS*Cnα	40	100

Résultats		26/10/2010	
Décollage	~26,5 m/s		OK
Apogée	~1485 m		
Culminat°	~17 s		
Finesse	27,1		OK
Cnα	17,0		OK
XCp	1674 mm		
MS	4,06 D	5,07 D	OK
MS*Cnα	69,1	86,2	OK

Conclusion	STABLE

3.7 Le montage de la fusée

La fusée a été peinte dans la nuit qui a précédé le lancement. Le lendemain, nous avons graissé le ressort, tout remonté, en suivant la chronologie, et nous sommes partis dans l'aire de lancement.

4 La campagne de lancement

Nous avons participé à la campagne de lancement C'space dans les Landes au CELM à Biscarrosse. Cette semaine est la concrétisation du travail effectué tout au long de l'année. Une dizaine de membres de l'association Eurêka+ y ont participé pour y lancer 4 de leurs projets. Pour l'équipe Mercury l'objectif est de finaliser la fusée, de passer les qualifications pour procéder au vol de la fusée.

4.1 Le vol

Le vol a eu lieu jeudi dans le début de l'après-midi, sur une rampe "Obélix". Les ailerons à l'envers ont bien assuré la stabilité de la fusée.

Le parachute s'est correctement ouvert au bout des 15 secondes comme prévu. Cependant, le parachute s'est mal déplié et la fusée a fait une torche, probablement à cause de la sangle trop courte qui retenait le parachute à la fusée.

La fusée s'est enfoncée dans le sable au bout d'une minute de vol, ce qui a cassé la carte SD. Heureusement, la télémesure FSK a correctement fonctionné.

Sur les vidéos du décollage qui ont été prises par différentes personnes de l'équipe de Planète-Sciences, on aperçoit que la butée de l'expérience saute alors même que la fusée n'est pas sortie de la rampe. Nous avons donc sous-dimensionné le ressort, peut-être aurait-t-il fallu prendre en compte la grande énergie que libère l'impact entre le propulseur dans sa cage et le ressort au premier contact.

La butée ayant sauté, le potentiomètre s'est cassé très rapidement et cette partie de l'expérience est donc un échec. On pourra cependant analyser les données du gyroscope et du capteur de pression.

Figure 18: Vol H-30min

Figure 19: Mise en rampe de la fusée sur l'air de lancement

Figure 20: Vol dans 1 min !

Figure 21: On retrouve la fusée, un peu abîmée.

FIGURE 22: Retour de l'équipe, un peu dépitée.

4.2 Analyse des données de l'expérience

C'est Antoine qui s'est occupé de la récupération des données de la télémesure. Le vol a duré exactement 60 secondes.

4.2.1 Capteur de pression

On peut retrouver l'altitude avec le capteur de pression en utilisant la formule :

$$z = 44330.76924(\frac{p_0 - p}{p_0})^{\frac{200}{1051}}$$

avec p_0 la pression initiale au niveau de la rampe, et p la pression.

FIGURE 23: Courbe de la pression

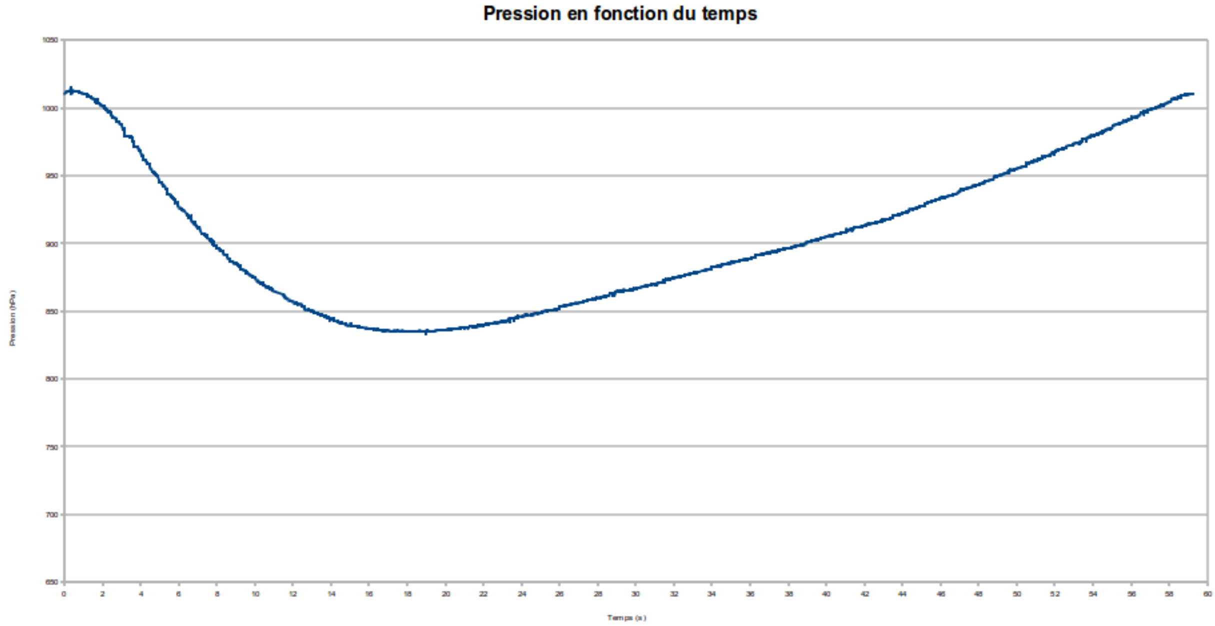
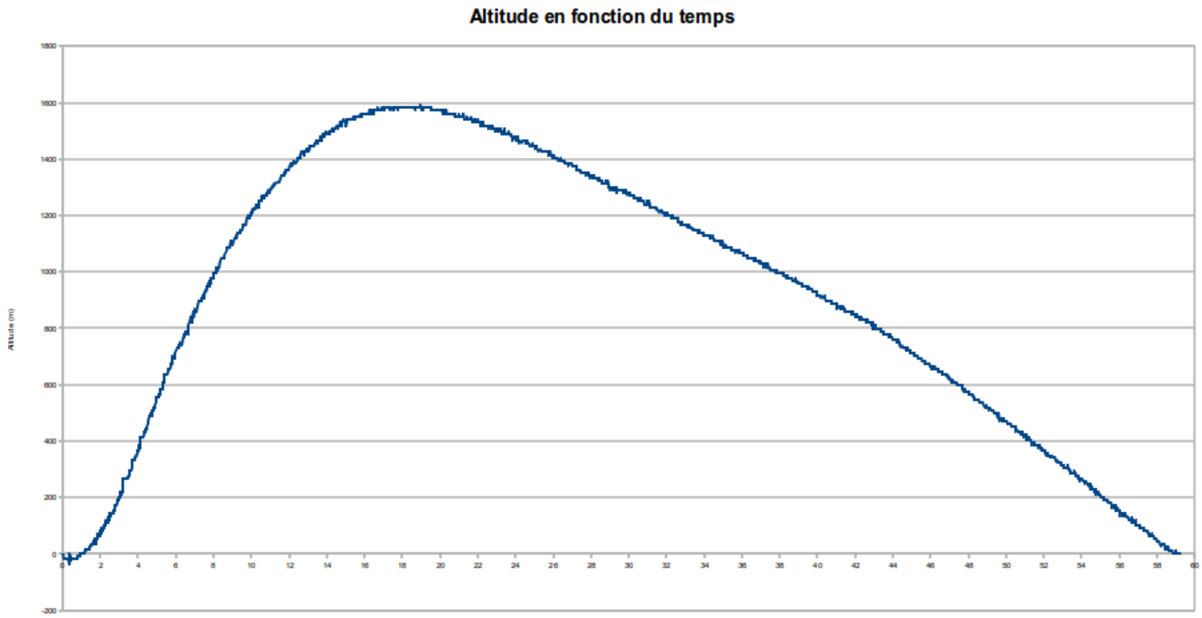


FIGURE 24: Courbe de l'altitude

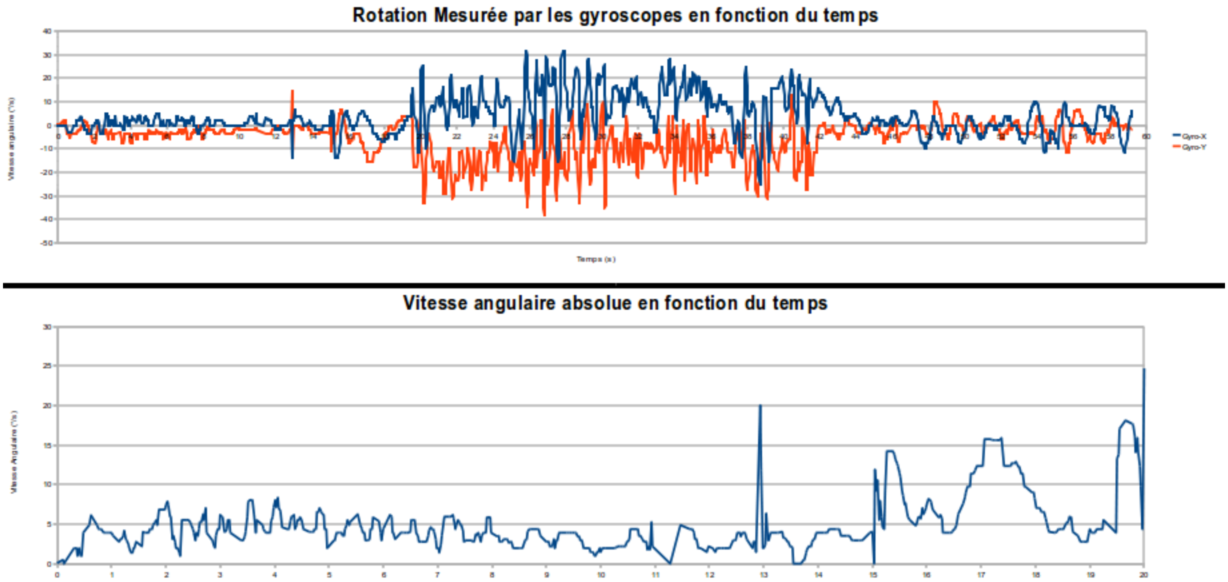


L'apogée a été atteinte à 15.9 sec, et correspond à une hauteur de 1580m.

4.2.2 Gyroscope

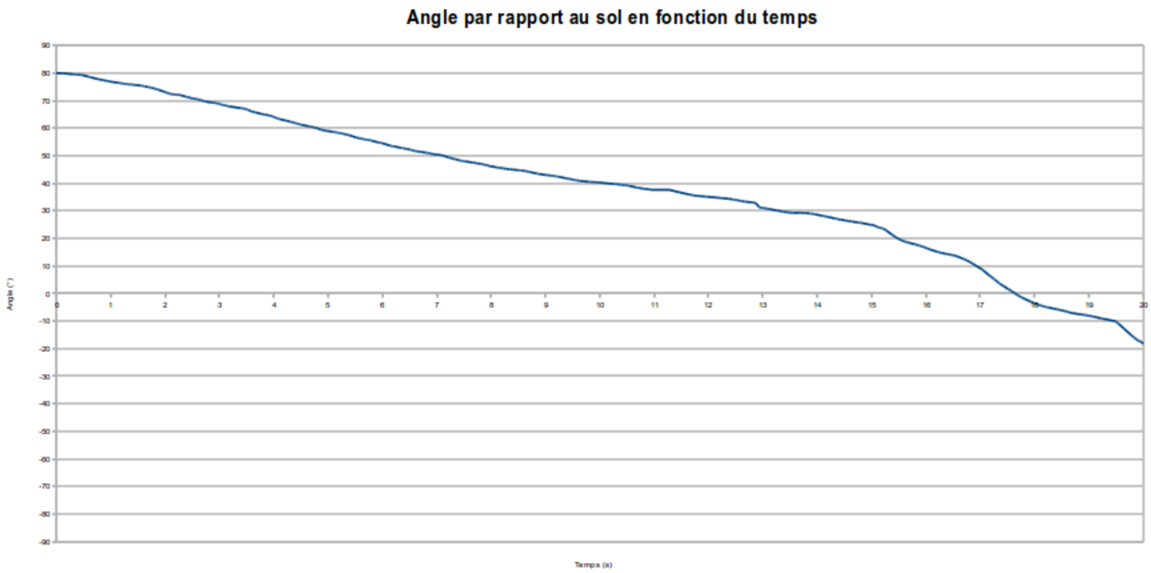
Le gyroscope nous permet d'avoir la vitesse angulaire dans l'axe x et dans l'axe y.

Figure 25: Vitesse angulaire en x et en y en fonction du temps



On intégre la vitesse angulaire de l'axe y ($\theta_0 = 80^{\circ}$) avec la méthode d'Euler pour avoir l'angle par rapport au sol en fonction du temps.

Figure 26: Angle par rapport au sol

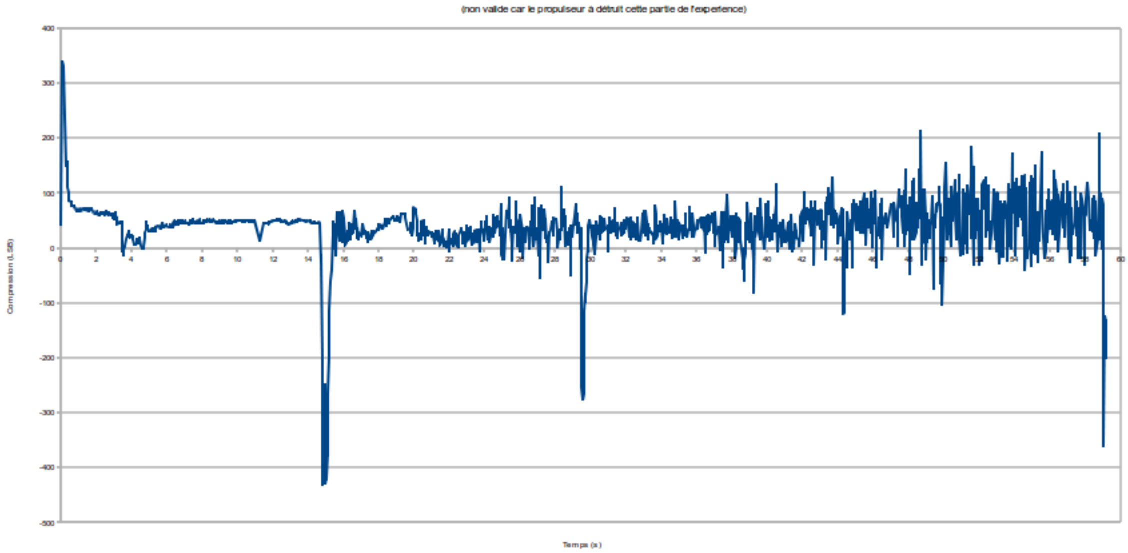


A l'apogée, nous avions un angle de 25°.

4.2.3 Potentiomètre

La potentiomètre a cassé au bout de 0.1 sec, il n'y a donc pas de données valables pour cette expérience.

Figure 27: Compression du ressort en fonction du temps



4.2.4 Calcul du C_x

Etant donné que nous n'avons pas de données valables pour l'expérience, nous ne pouvons pas calculer à partir de nos données expérimentales une valeur du C_x. Nous pourrions toutefois obtenir une valeur en nous basant sur la poussée du constructeur théorique, et en dérivant deux fois l'altitude donnée par le capteur de pression pour avoir l'accélération. Cependant la précision de ce calcul est indéterminable, donc cette valeur serait sans intérêt.

5 Conclusion

Ainsi s'achève cette aventure scientifique palpitante. On retiendra surtout du projet tout ce qu'il nous a appris. D'un point de vue technique tout d'abord, avec la manipulation de machines outils (comme le tour par exemple) ou encore la conception d'un circuit électronique. Construire une fusée c'est donc l'occasion de mettre en pratique des connaissances théoriques acquises au lycée. C'est également une aventure humaine : Mercury résulte du travail d'une équipe qui s'est réunie chaque samedi de l'année dans les locaux de Eurêka+ à Marly-le-Roi et qui a vécu une semaine intense durant la campagne de lancement à Biscarrosse.

On retiendra également l'erreur que nous avons commise sur le calcul du ressort. Après analyse, il semblerait que l'erreur vienne d'une mauvaise modélisation du problème, et nous vous invitons à lire l'annexe pour un calcul plus juste.

Modéliser correctement le comportement d'une fusée demande des outils de mécanique qui n'étaient pas à notre disposition en terminale.

Enfin nous aimerions remercier l'équipe de Planète-Sciences pour le prix que nous avons reçu, ainsi que les animateurs de Eurêka+, Thibault et Adrien, sur lesquels toute l'association repose et sans lesquels l'aventure n'aurait pu décoller !

FIGURE 28: Remise des prix le dernier jour.

Figure 29: Mercury remporte le prix Planète-Sciences !

6 Annexe : dimensionnement du ressort

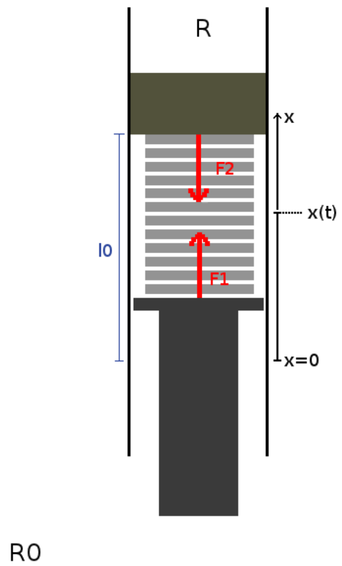
Dans le premier calcul du ressort que nous avons effectué (calcul présenté en partie 2.2) nous n'avons pas correctement défini le point sur lequel on appliquait le PFD, et nous avions fait des hypothèses fausses sur le comportement du ressort (qui pourtant nous semblaient logiques). Ce calcul est donc plus délicat que prévu, c'est pourquoi je l'ai refait ici, plusieurs mois après le vol, avec j'espère plus de précisions.

6.1 Etude théorique

L'objectif est de déterminer quel ressort choisir, c'est à dire quelle élongation l_0 et quelle raideur k choisir pour pouvoir mesurer le plus précisément possible la poussée du propulseur.

En pratique l_0 doit être de l'ordre de 20 cm, j'essaye donc plutôt de calculer la constante k.

FIGURE 30: Schéma du ressort dans le référentiel de la fusée à l'instant t



On distingue d'abord le référentiel lié à la Terre R_0 Galiléen et le référentiel lié à la fusée R non Galiléen.

On fait le bilan sur le ressort en appelant m sa masse, et x la position de son centre de gravité selon la longueur de la fusée, l'origine étant choisie pour correspondre au bas du ressort quand celui-ci ne subit aucune force (avant le décollage donc).

On considère ensuite que le centre de gravité du ressort est au milieu de celui-ci. On a donc x(0) = l0 /2.

Le ressort subit :

- $\vec{F_1}$, la force du propulseur dont le constructeur donne une courbe expérimentale en fonction du temps (c'est un PRO-54).
- $\vec{F_2}$, la force exercée par la plaque de poussée (en verte kaki) sur le ressort
- La force d'inertie $-m\vec{a_e}$ où $\vec{a_e}$ est l'accélération subie par la fusée en son centre de gravité dans le référentiel R0, que l'on peut donc calculer en fonction du temps avec la méthode d'Euler pour les simulations en donnant une valeur "classique" au Cx comme 0.6 (et cette accélération sera mesurée en vrai).
- La force de Coriolis $-m\vec{\Omega} \wedge \vec{v_r}$, $\vec{\Omega}$ est la vecteur instantané de rotation donc $\vec{\Omega} = (\dot{\theta}, \dot{\varphi}, \dot{\psi})$ et $\vec{v_r}$ est la vitesse relation du ressort dans R donc $\vec{v_r} = (\dot{x}, 0, 0)$. On a donc $\vec{\Omega} \wedge \vec{v_r} = (0, \dot{\psi}\dot{x}, \dot{\varphi}\dot{x})$. En conclusion le produit vectoriel est nul sur l'axe des x : la force de Coriolis ne fait pas partie des forces subies par le ressort
- Son poids projeté sur l'axe de la fusée : $-mg * \sin\theta$

En écrivant le PFD sur l'axe des x, on obtient donc :

$$m\ddot{x} = F_1 - F_2 - ma_{ex} - mg * \sin\theta$$

où a_{ex} = projeté de a_e sur l'axe de la fusée.

En ce qui concerne F1 c'est la force du propulseur donc on peut l'estimer avec les données de poussées fournies par le constructeur du Pro-54. En ce qui concerne F2, on déduit son expression en appliquant la troisième loi de Newton sur la plaque de poussée : $-\vec{F}2$ est la force subie par la plaque de poussée du ressort. L'allongement du ressort est

$2(l0 - x(t))$ donc :

$$F2 = k(l0 - 2x)$$

Finalement en reportant on obtient :

$$F_{prop} + k(l0 - 2x) = m\ddot{x} + ma_{ex} + mg\sin\theta$$

avec $x(0) = l0/2$.

Cette équation donne des conditions sur k.

On souhaite de plus que quand le ressort est compressé au maximum, il y ait une différence de longueur avec la longueur à vide de 7cm : il s'agit de la différence d'élongation que l'on peut mesurer avec le potentiomètre (par exemple).

J'ai donc $2l_0 - 2(l_0 - max(x)) = 7cm$ ie :

$$max(x) = 3.5cm$$

Ceci est donc une contrainte supplémentaire sur k.

6.2 Simulation numérique

Pour trouver la valeur de k et calculer la position théorique du ressort à tout instant, on réalise une simulation numérique en Ocaml [7].

On calcule les différentes valeurs en donnant une valeur classique au C_x de 0.6. On calcule d'abord la position et l'accélération de la fusée sur sa longeur, ce qui correspont à a_e puis la position du ressort à tout instant.

Le code complet du programme peut être visionné ici : `https://github.com/robocop/Mercury`

6.3 Résultats

Pour la fusée qui a volé, on trouve k = 11880 N soit 5 fois plus que le ressort que nous avions choisit :

```
$ ./calculs.native
k = 11882.324219 N.m^-1
Sortie de rampe t : 0.31  h = 3.94      v = 27.24 theta = 79  a = 91.19
Apogee          t : 15.73 h = 1328.00 v = 24.01 theta = 0
a = -0.34
```

A la place du ressort, on pourrait utiliser un capteur de distance infrarouge comme les Sharp gp2d120 pouvant mesurer une distance de 4 à 30 cm.

7. Très bon langage de programmation enseigné en prépa

On peut alors choisir un ressort de 30 cm et une différence d'élongation de 15 cm :

```
$ ./calculs.native -l0 0.3 -l_potar 0.15
k = 6046.295166 N/m
Sortie de rampe t : 0.31  h = 3.94     v = 27.24 theta = 79  a = 91.19
Apogee          t : 15.73 h = 1328.00 v = 24.01 theta = 0   a = -0.34
```